

تنش مجاز در طراحی اجزاء ماشین-بارگذاری آرام

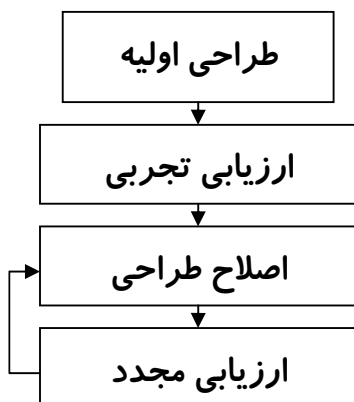
- ❖ استحکام مکانیکی مشفصه ای از یک قطعه است.
 - ❖ استحکام مجموعه ای از قطعات یکسان، کمیتی آماری است و مقداری قطعی ندارد.
- با ارتباط بین بار و استحکام قطعه (انتخاب جنس، فرایند ساخت و ابعاد مناسب) می توان قطعه ای را طراحی کرد که تحمل شرایط عملیاتی را داشته باشد. تحقق این هدف از دو دیدگاه امکان پذیر است:

- ❖ تعیین **ضریب اطمینان** برای قرار دادن طراحی در حاشیه اطمینان مناسب نسبت به استحکام قطعه
- ❖ انتخاب جنس، فرایند سافت و ابعاد مناسب به گونه ای که **قابلیت اعتماد** یا احتمال تحمل شرایط عملیاتی توسط قطعه از میزان آماری مورد نظر بیشتر باشد

برای طراحی مطمئن یک قطعه باید تعداد کافی از نتایج آزمایشات ارزیابی استحکام مکانیکی نمونه های آزمایشی در دسترس باشد

- ❖ نمونه آزمایشی: نمونه ای که جنس استفاده شده، عملیات حرارتی و روش سافت، صافی سطح، اندازه قطعه و شیوه بار گذاری آن با قطعه در حال طراحی یکسان باشد و یا تا حد ممکن به قطعه در حال طراحی نزدیک باشد.

بنابراین فرایند طراحی شامل تکرار متوالی مراحل زیر است:



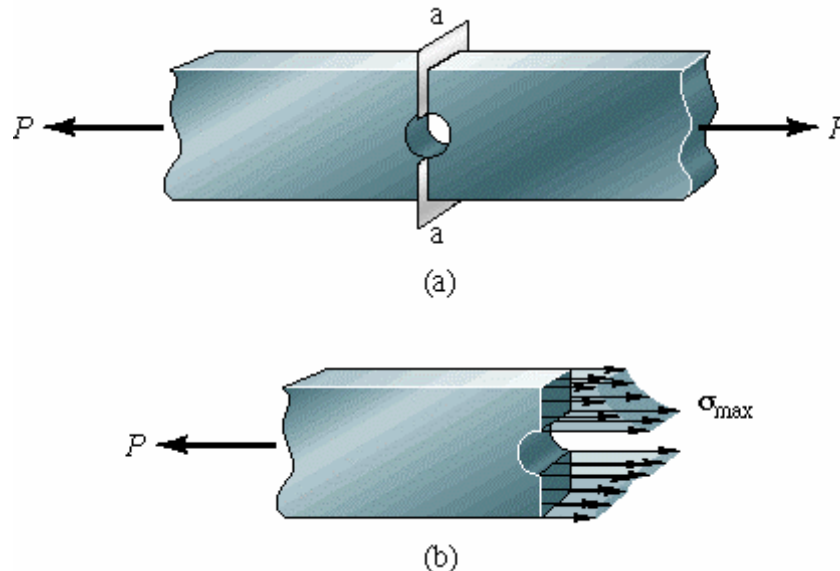
- ❖ فرایند فوق در مواردی که شکست قطعه صدمات جبران ناپذیری به دنبال دارد و یا صدمات اقتصادی آن بسیار سنگین است باید دنبال شود
- ❖ در مواردی که انجام فرایند فوق توجیه فنی و اقتصادی نداشته باشد رویه ای دنبال می شود که بر اساس اطلاعات محدود و عمومی در دسترس که مربوط به بارگذاری های ساده و قطعات با شکل استاندارد می باشد طراحی پاشفگوی شرایط عملیاتی باشد

▪ بارگذاری آرام:

- اعمال بار با تغییرات بسیار کم به گونه ای که شرایط تعادل استاتیکی با تقریب خوبی معتبر بماند.
- ❖ تحلیل های الاستیک مقدماتی برای بررسی رفتار قطعات تحت اثر بارگذاری استاتیکی مفید است اما قادر به تحلیل اثرات موضعی ناشی از تغییرات شدید در شکل هندسی قطعات نمی باشد.
- ❖ تجربه نشان می دهد که در اکثر موارد، گسیفتگی در قطعات ماشین بدون تغییر شکل پلاستیک و در وضعیتی که تنش متوسط در سطح مقطع قطعه کمتر از حد الاستیک است رخ می دهد.

▪ تمرکز تنش stress concentration :

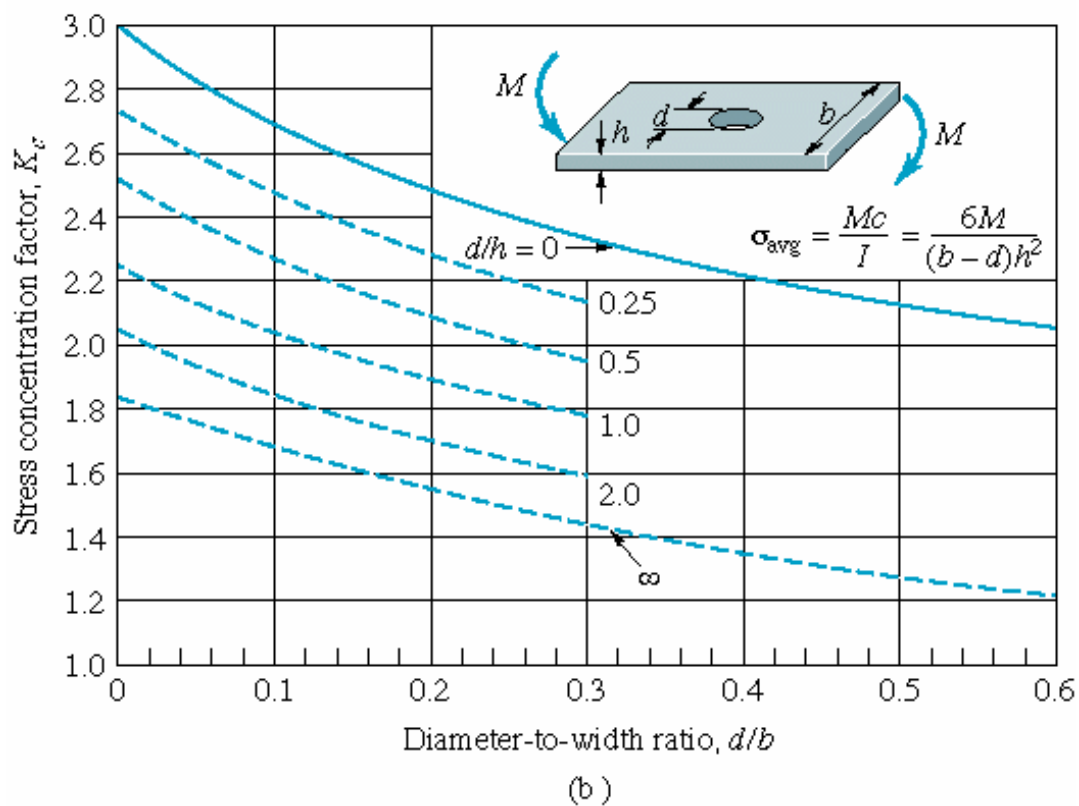
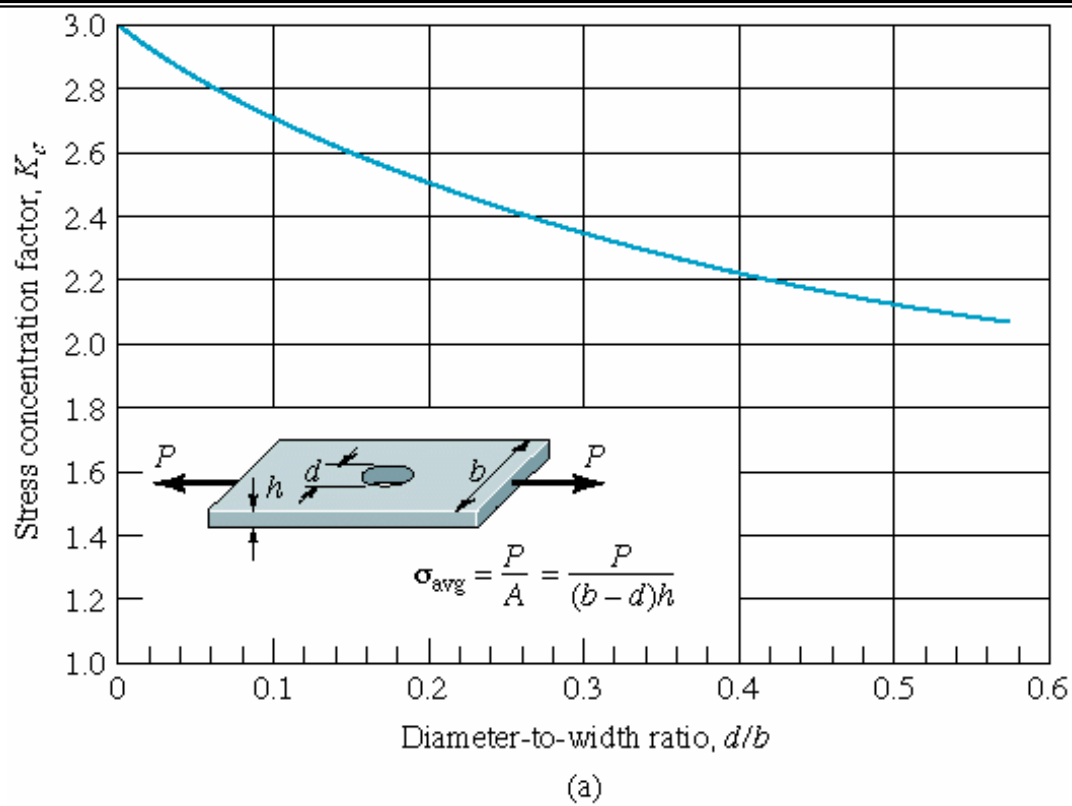
در نزدیکی محلی که شکل هندسی قطعات تغییرات شدید دارد، تنش افزایش می یابد. بنا براین شکست موضعی از این محلها میتواند آغاز گردد.

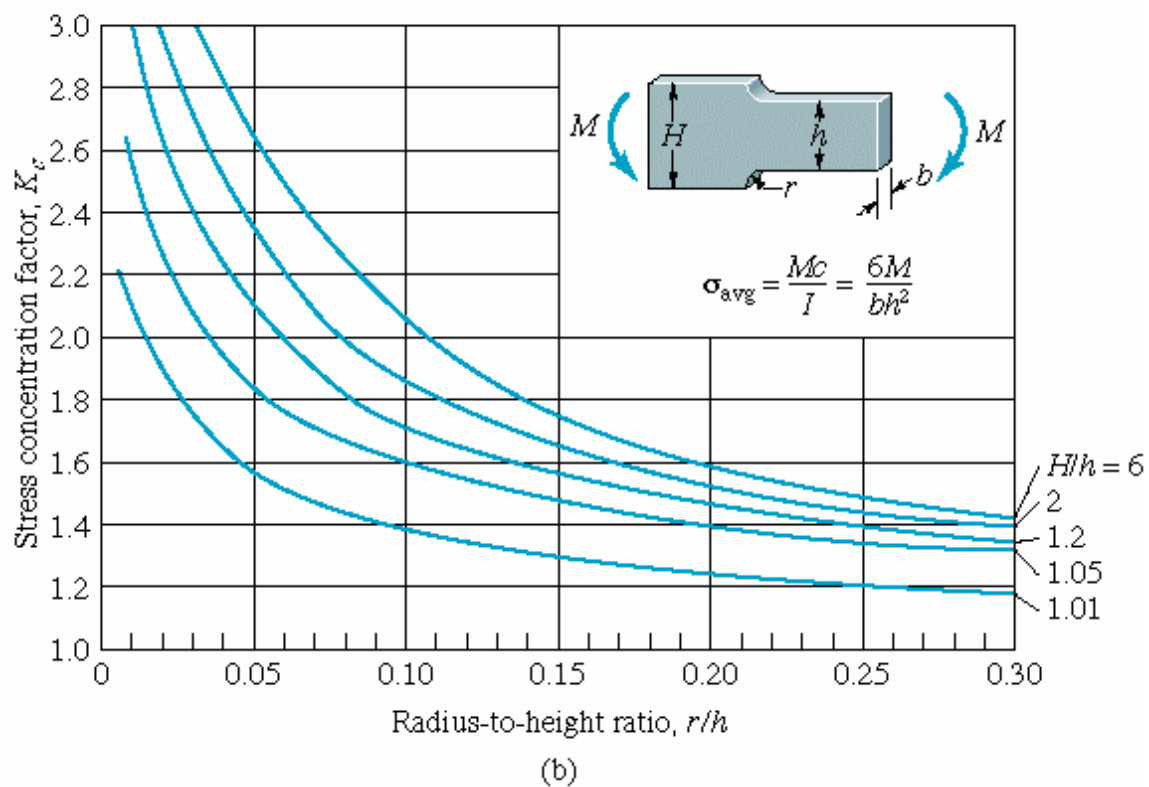
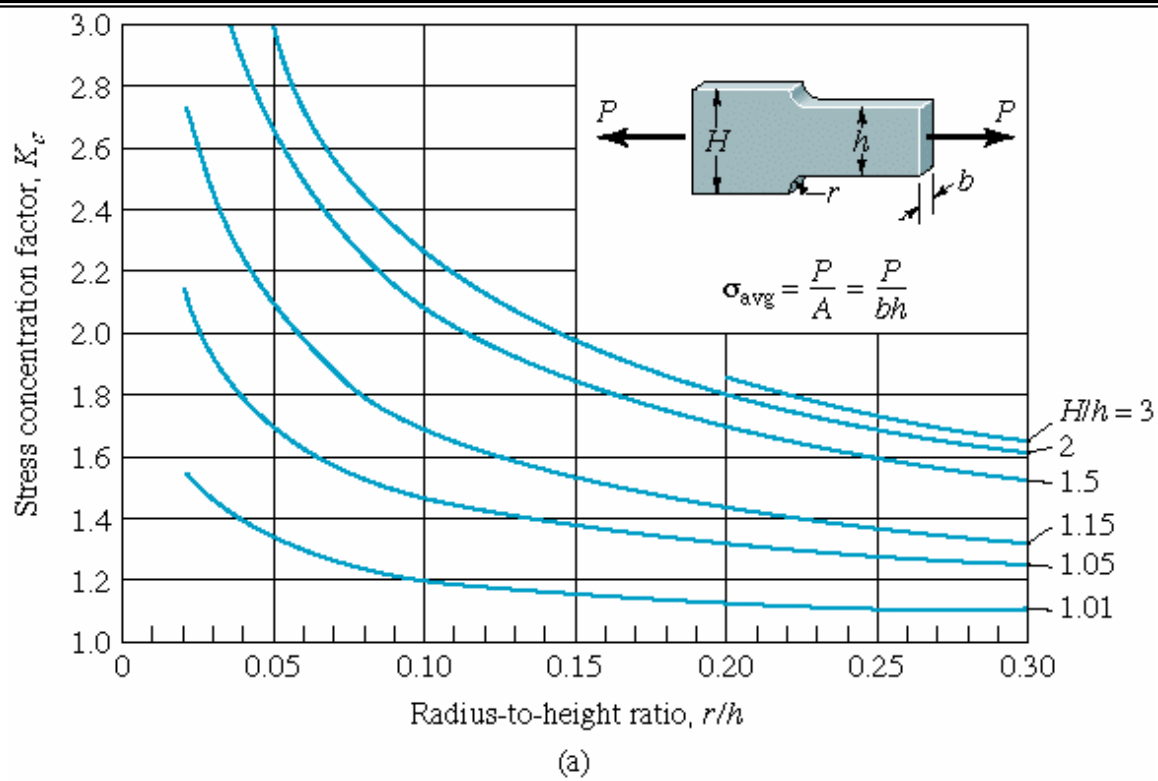


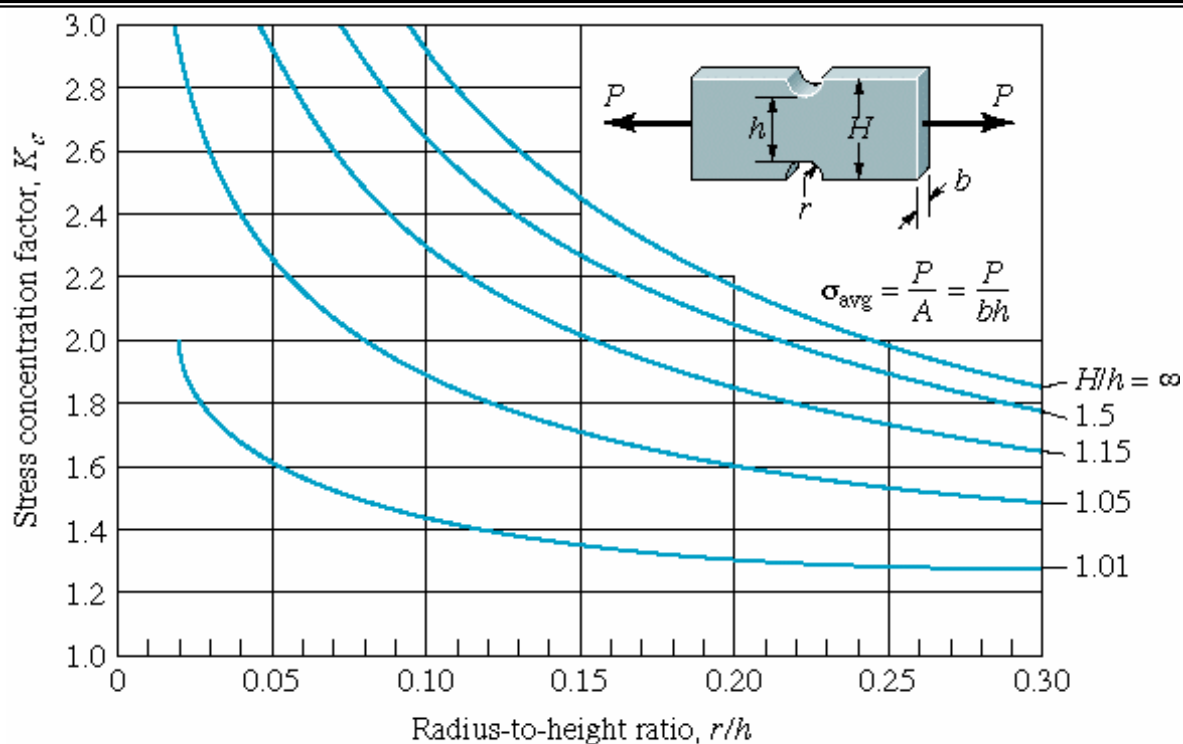
▪ ضریب تمرکز تنش:

$$k = \frac{\text{Actual maximum stress}}{\text{Average stress for minimum cross section}}$$

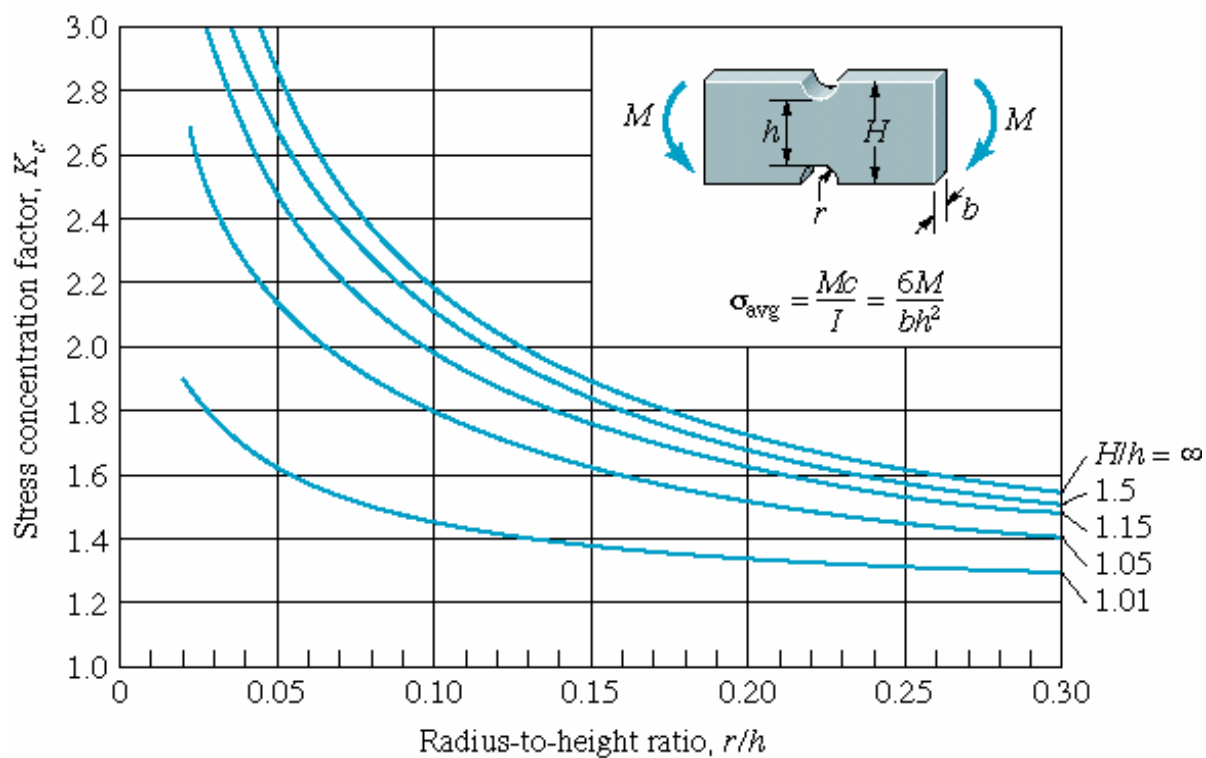
مقادیر k به کمک نتایج تجربی یا در موارد خاصی از حل معادلات تئوری الاستیسیته بدست می آید و در محدوده رفتار الاستیک خطی معتبر هستند.



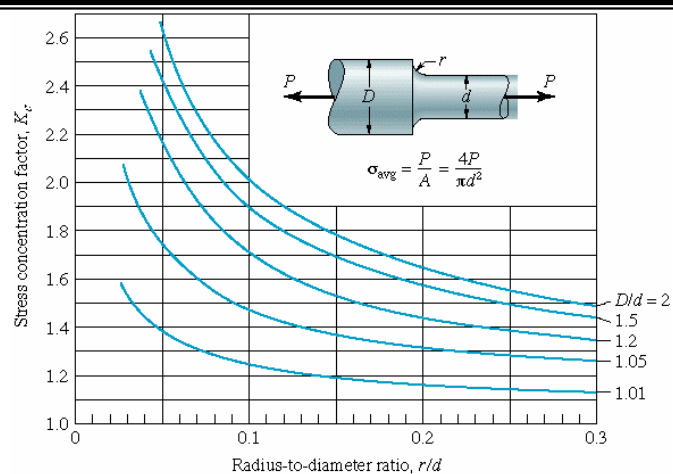




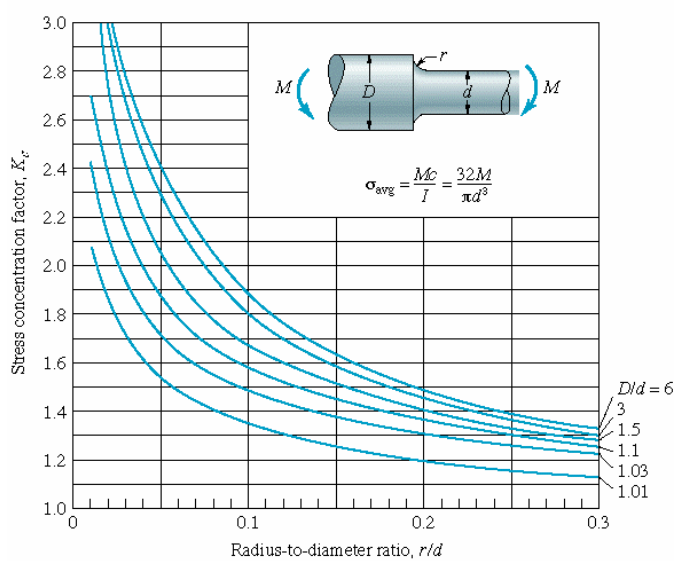
(a)



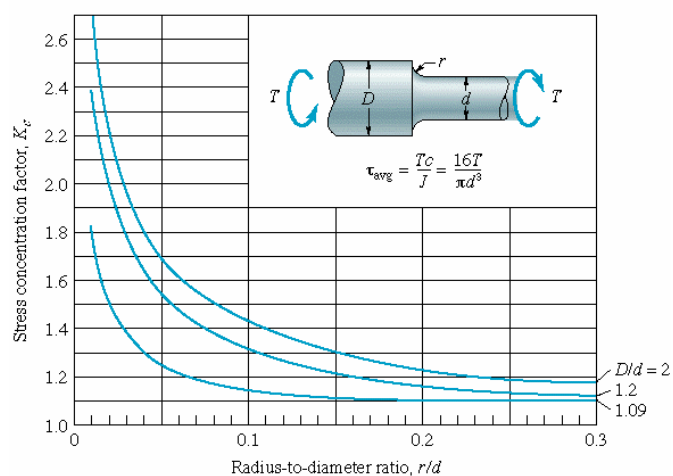
(b)



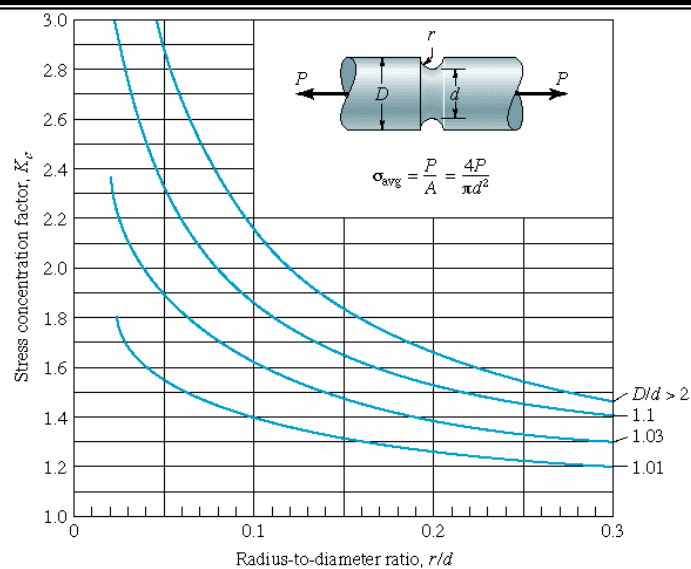
(a)



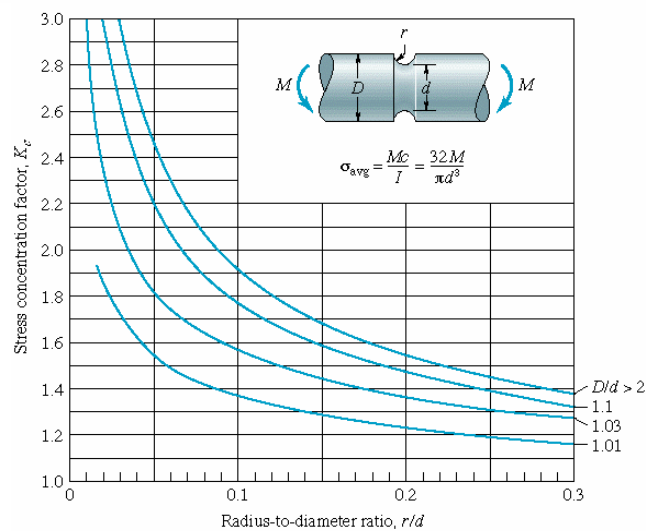
(b)



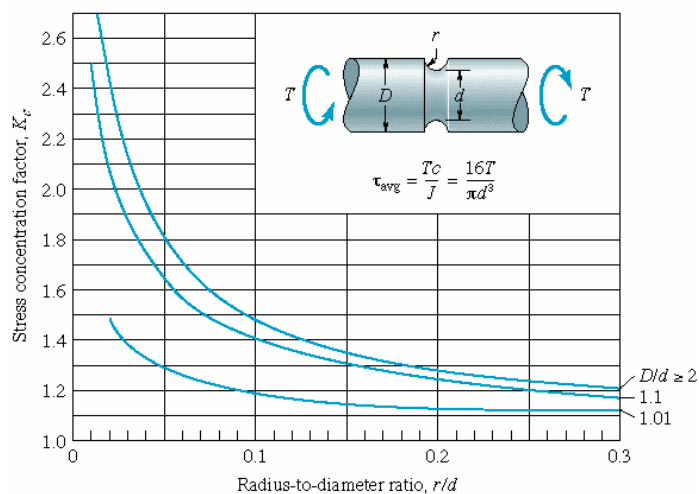
(c)



(a)



(b)

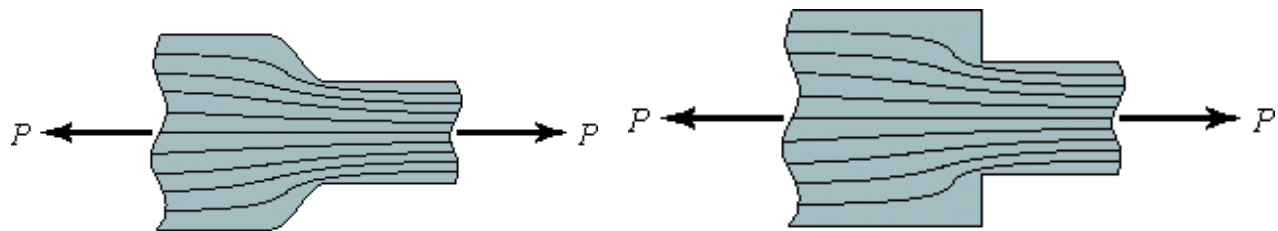


(c)

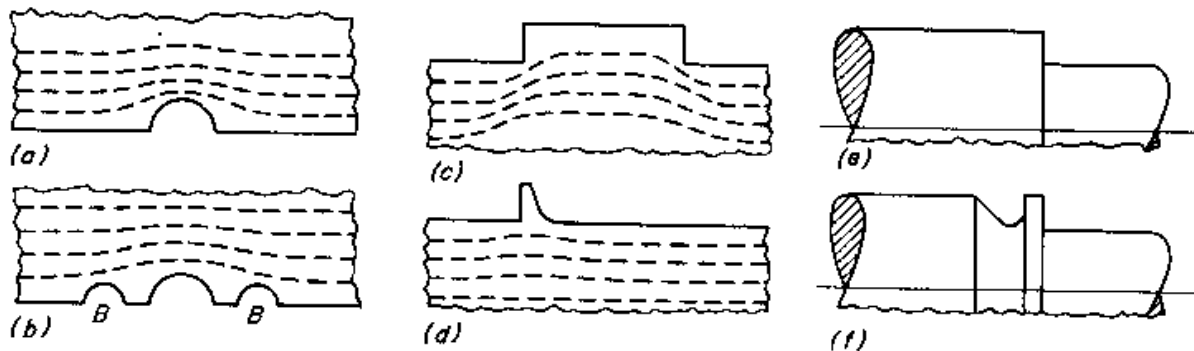
- ❖ در مواد ترد، در صورت گذر تنش از حد الاستیک در محل تمرکز تنش، معمولاً شکست رخ می دهد.
- ❖ در مواد نرم، در صورت گذر تنش از حد الاستیک در محل تمرکز تنش، تغییر شکل پلاستیک آغاز و سفت شدن کرنشی (strain hardening) مشاهده می شود اما شکست رخ نمی دهد.
- ❖ در طراحی مواد نرم در بارگذاری استاتیکی می توان از اثرات تمرکز تنش صرف نظر نمود.
- ❖ در صورتی که صلیبیت کار و تلورانس های ابعادی بسیار مهم باشد استفاده از ضریب تمرکز تنش برای تحلیل مواد نرم ضروری است.

▪ توجه به نمودار های تمرکز تنش نشان می دهد که:

- ❖ تغییر سطح مقطع تدریجی باعث کاهش تمرکز تنش می شود.
 - ❖ ضریب تمرکز تنش مستقل از نوع مصالح مهندسی است.
- ### ▪ در طراحی قطعات با هدف کاهش تمرکز تنش، می توان با تمثیل از جریان پتانسیل در داخل کانالها کمک گرفت.



- ### ▪ در نزدیکی نوامی تغییر شکل، اصلاح یا تغییر در شکل محل بار برداری (یا براده برداری) می تواند باعث کاهش تمرکز تنش شود.



▪ گسیختگی مکانیکی: تسلیم یا شکست؟ (yielding or fracture)

▪ تسلیم:

تداوم تغییر شکل تحت بارگذاری شبه الاستاتیک باعث لغزش لایه هایی از مواد در امتداد صفحاتی خاص می شود و در این شرایط، قطعه از شرایط طراحی خارج می شود.

▪ شکست:

جدا شدن و ایجاد ناپیوستگی در ناحیه ای از مواد تحت بارگذاری، باعث شکست قطعه می شود. از دیدگاه بارگذاری الاستاتیکی میتوان گفت:

تسلیم $\equiv$ گسیختگی مواد نرم شکست $\equiv$ گسیختگی مواد ترد

▪ گسیختگی در اثر وجود ترک:

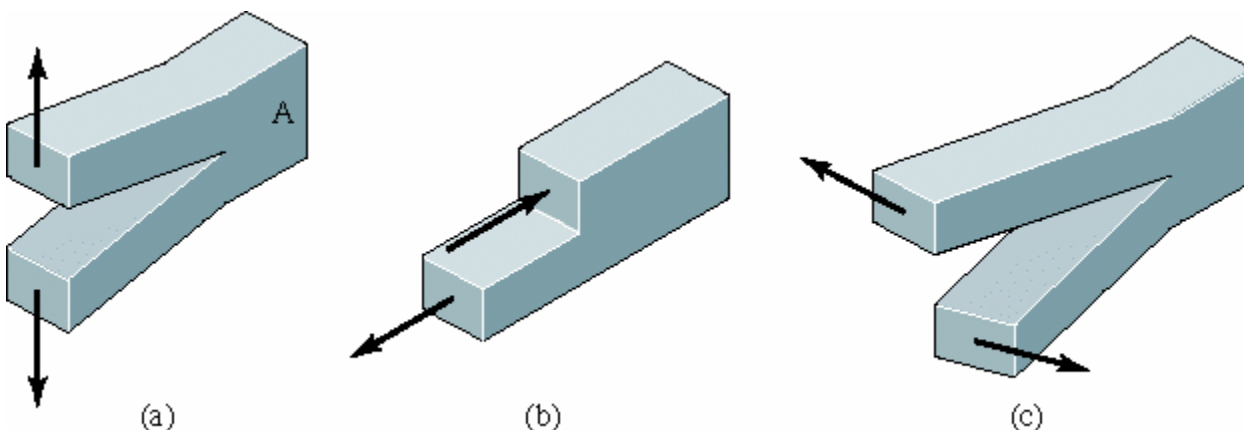
ترک عیبی میکروسکوپی است که معمولاً در سطح مصالح مهندسی و یا در عمق آنها ممکن است وجود داشته باشد. شعاع انحنای نوک ترک بسیار کوچک است و در نتیجه تمرکز تنش بسیار بزرگ می شود. در این شرایط تحلیل های مبتنی بر رفتار الاستیک معتبر نیستند.

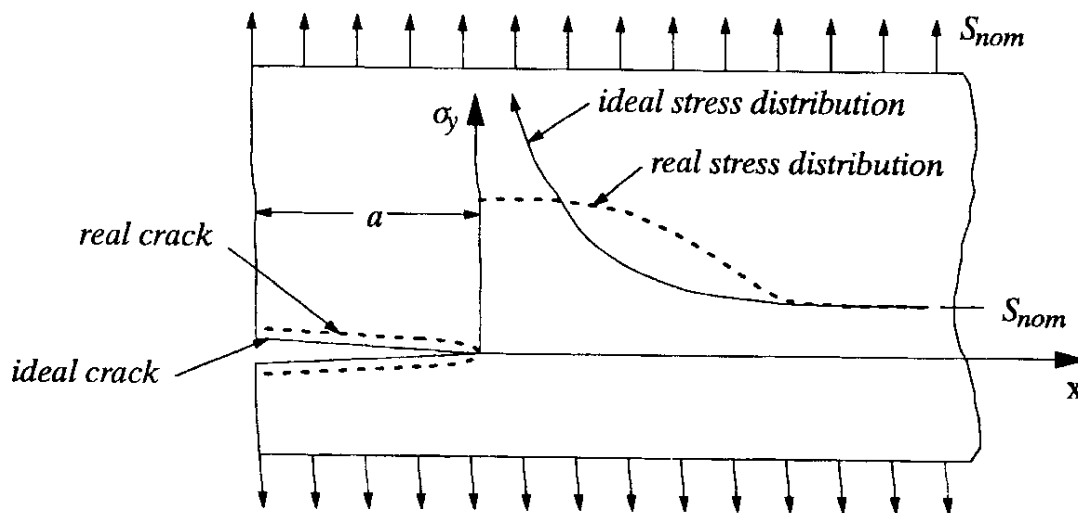
❖ ترک در قطعه زیر بار رشد می کند و در تنشی بسیار کمتر از تنش تسلیم، شکست رخ می دهد

❖ تنش لازم برای رشد ترک در یک قطعه بسیار کمتر از تنش لازم برای ایجاد ترک است.

مکانیک شکست (fracture mechanics) به مطالعه و بررسی رفتار مودهای مختلف انتشار ترک،

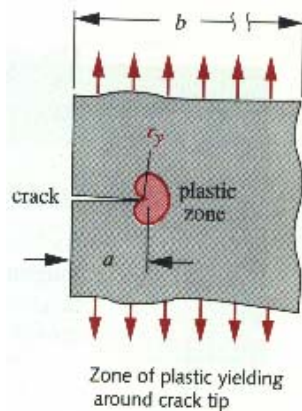
بررسی اثرات طول ترک در شکست و طول بحرانی ترک در شکست مواد می پردازد.





▪ فاکتور شدت تنش *stress intensity factor* :

توزیع تنش در نزدیکی نوک ترک باعث تسلیم موضعی شده و مقدار تنش در ناحیه پلاستیک متناسب با فاکتور شدت تنش می باشد:



$$K_i = Y \sigma_{nom} \sqrt{\pi a}$$

σ_{nom} : تنش نامی در غیاب ترک ($\sigma_{nom} = P / A$)

Y : ضریب تاثیر هندسه قطعه

a : نصف طول ترک

▪ *Fracture toughness* (K_{ci}) **چقرمگی شکست** :

- ❖ چقرمگی شکست (K_{ci}) مقدار بحرانی فاکتور شدت تنش است که در آن ترک رشد می کند
- ❖ چقرمگی شکست یکی از مشخصه های مواد (یا قطعات) است
- ❖ اگر فاکتور شدت تنش (K_i) کمتر از مقدار بحرانی (K_{ci}) باشد در بارگذاری استاتیکی و محیط غیر خورنده ترک در وضعیت پایدار است.
- ❖ اگر به دلیل رشد ترک یا افزایش تنش ($K_i > (K_{ci})$) شود ترک رشد ناگهانی خواهد داشت.
- ❖ در محیط غیر خورنده و بارگذاری نوسانی ترک بصورت تدریجی رشد می کند.
- ❖ در محیط خورنده رشد ترک سریع است.

▪ ضریب اطمینان طراحی بر اساس مکانیک شکست:

$$F_s f = \frac{K_{ci}}{K_i}$$

Material	Yield Stress, S_y		Fracture Toughness, K_{ci}	
	ksi	Mpa	ksi in ^{1/2}	Mpa m ^{1/2}
Metals				
Aluminum alloy 2024-T351	47	325	33	36
Aluminum alloy 7075-T651	73	505	26	29
Alloy steel 4340 tempered at 260°C	238	1640	45.8	50.0
Alloy steel 4340 tempered at 425°C	206	1420	80.0	87.4
Titanium alloy Ti-6Al-4V	130	910	40-60	44-66
Ceramics				
Aluminum oxide			2.7-4.8	3.0-5.3
Soda-lime glass			0.64-0.73	0.7-0.8
Concrete			0.18-1.27	0.2-1.4
Polymers				
Polymethyl methacrylate			0.9	1.0
Polystyrene			0.73-1.0	0.8-1.1

❖ مثال: تعیین طول ترک بحرانی در شرایط محیط:

I) AISI 4340(260°C) $\sigma_{yp} = 1640 \text{ MPa}$ $\sigma_{nom} = 0.8\sigma_{yp} = 1312 \text{ MPa}$ $K_{ci} = 50 \text{ MPa}\sqrt{m}$ $a_{max} = \frac{K_{ci}^2}{\pi\sigma_{nom}^2} = 0.46 \text{ mm}$	II) Aluminum Alloy 7075-T651 $\sigma_{yp} = 505 \text{ MPa}$ $\sigma_{nom} = 404 \text{ MPa}$ $K_{ci} = 20 \text{ MPa}\sqrt{m}$ $a_{max} = 1.64 \text{ mm}$
---	--

❖ فولاد آلیاژی AISI 4340 نسبت به آلومینیم آلیاژی 7075 به طول ترک حساسیت بیشتری دارد.

▪ تنش مجاز در بارگذاری آرام مواد نرم :

گسیختگی قطعات نرم در اثر تسلیم است و تنش مجاز در این مواد بر اساس تنش تسلیم تعریف می شود.

$$\sigma_{all} = \frac{\sigma_{yp}}{FS} \quad \text{تنش مجاز در کشش یا فشار خالص:}$$

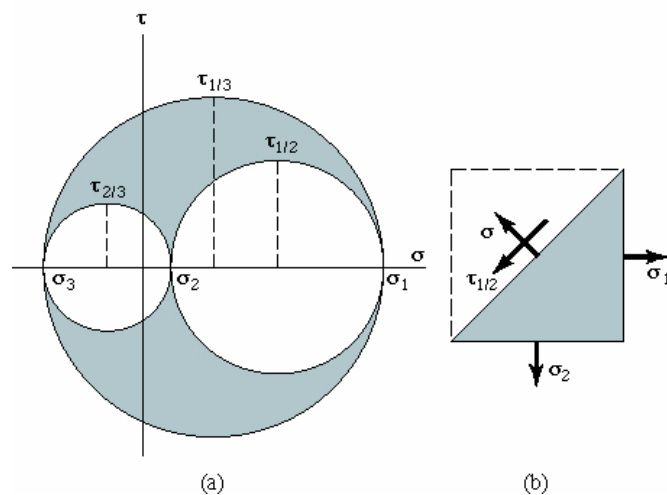
$$\tau_{all} = \frac{\tau_{yp}}{FS} \quad \text{تنش مجاز در برش خالص:}$$

- ❖ σ_{yp} , τ_{yp} : تنش تسلیم که از آزمایش کشش یا فشار ساده بدست آمده است.
- ❖ با استفاده از نتایج تجربی حاصل از آزمایشات استاندارد، تحلیل گسیختگی اجزای ماشین که زیر بارگذاری های ساده (مشابه شرایط آزمایش) هستند به کمک روابط فوق میسر می گردد.
- ❖ در بارگذاریهای پیچیده، نتایج تجربی برای مقایسه با شرایط طراحی در دسترس نیست و باید به گونه ای نتایج آزمایشات در بارگذاری های ساده را برای شرایط بارگذاری پیچیده به کار گرفت.

▪ تئوری تنش برشی بیشینه (MSST) یا معیار تسلیم ترسکا:

مشاهدات ترسکا نشان می دهد که در اغلب قطعات تحت بارگذاری عمومی، هنگامی گسیختگی در یک قطعه مشاهده می شود که تنش برشی بیشینه در ناحیه ای از قطعه از مقداری بحرانی بیشتر شود که این مقدار بحرانی از آزمایشات کشش استاندارد تعیین می شود. نتایج تجربی نشان می دهد که MSST پیش بینی های مناسبی از گسیختگی مواد نرم دارد.

تنش های نرمال اصلی:



$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

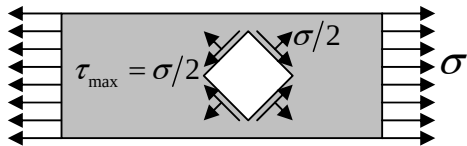
تنش های برشی اصلی:

$$\tau_{1/2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\tau_{2/3} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{1/3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

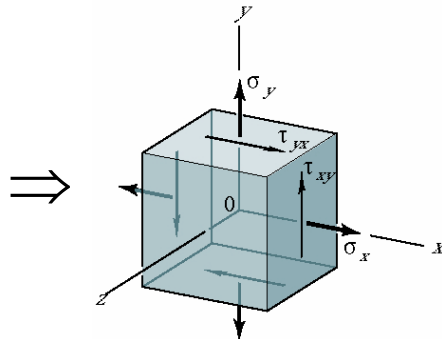
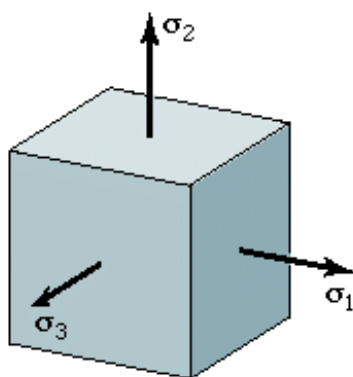
تسلیم در بارگذاری ساده محوری درحالتی رخ می دهد که:



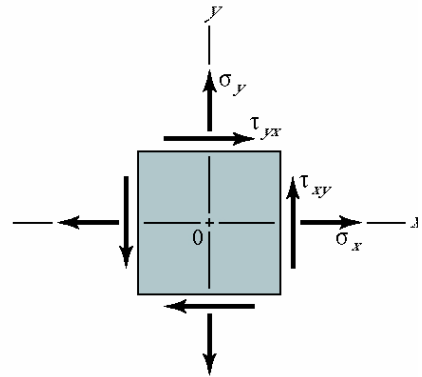
$$\tau_{\max} > \tau_{yp} = \frac{\sigma_{yp}}{2}$$

▪ تنش مجاز در شرایط طراحی (τ_{all}):

$$\tau_{\max} \leq \tau_{all} = \frac{\tau_{yp}}{FS} = \frac{0.5\sigma_{yp}}{FS}$$



(a)



(b)

▪ تنش صفحه ای:

۱- اگر تنش های σ_1 و σ_2 کششی باشند $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$ ، $\sigma_3 = 0$:

$$\tau_{\max} = \tau_{1/3} = \frac{\sigma_1}{2} \leq \tau_{all} = \frac{0.5\sigma_{yp}}{FS}$$

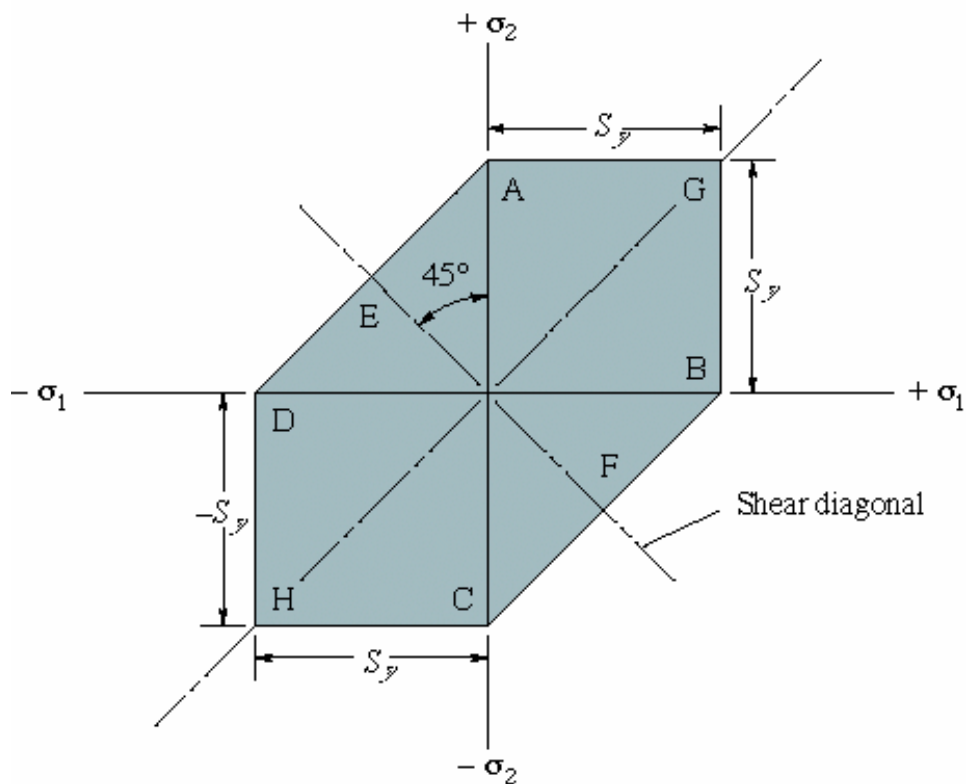
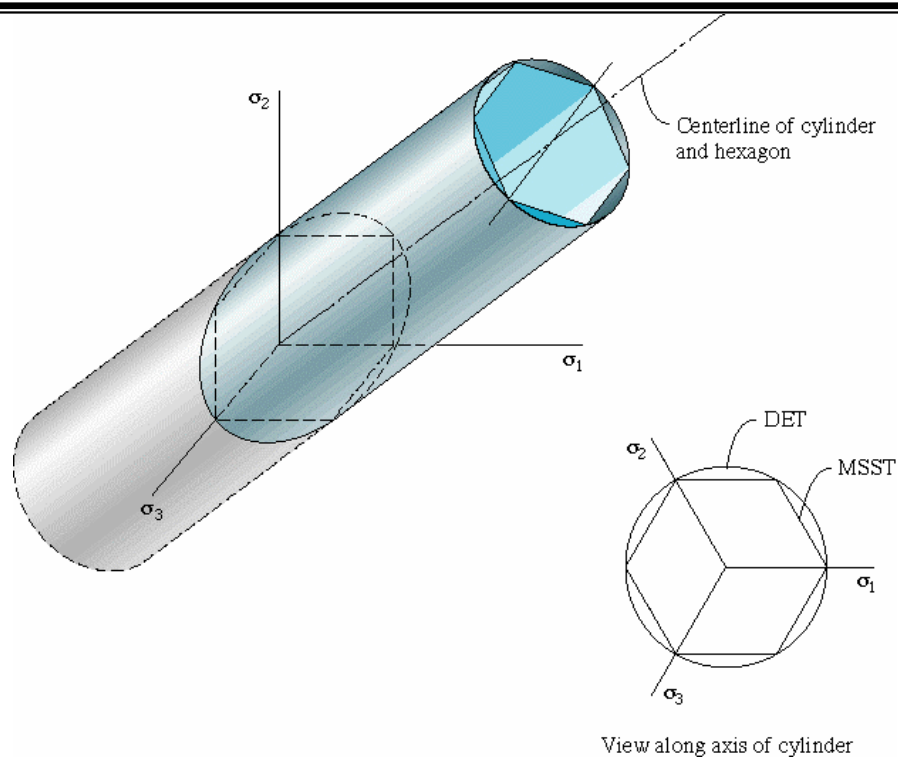
۲- اگر تنش های σ_3 و σ_2 فشاری باشند $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 = 0$ ، $\sigma_1 = 0$:

$$|\sigma_3| \geq |\sigma_2| \geq 0 \Rightarrow \tau_{\max} = \tau_{1/3} = \frac{|\sigma_3|}{2} \leq \tau_{all} = \frac{0.5\sigma_{yp}}{FS}$$

۳- اگر تنش های σ_1 و σ_3 دارای علامت مخالف باشند:

$$\sigma_1 \geq (\sigma_2 = 0) \geq (\sigma_3 < 0) \Rightarrow \tau_{\max} = |\tau_{1/3}| = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \leq \tau_{all} = \frac{0.5\sigma_{yp}}{FS}$$

$$\left| \frac{\sigma_1}{\sigma_{yp}} - \frac{\sigma_3}{\sigma_{yp}} \right| \leq \frac{1}{FS}$$

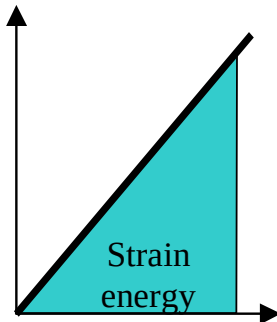


در صورتی که تنش های اصلی خارج از شش ضلعی (یا شش وجهی) باشند تسلیم رخ می دهد.

▪ تئوری انرژی واپیچش بیشینه (MDET) یا معیار تسلیم فان میسز :

در مواد نرم و ایزوتروپ گسیختگی هنگامی رخ می دهد که انرژی واپیچش (distortion) energy در بارگذاری مرکب از مقدار بحرانی مشخصی بیشتر شود.

❖ مقدار بحرانی انرژی واپیچش از اطلاعات نقطه تسلیم مواد در بارگذاری کششی برآورد می شود.

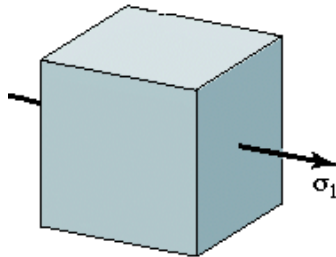


▪ انرژی کرنشی در بارگذاری تک محوری:

انرژی کرنشی ذخیره شده در المان در اثر اعمال تنش:

$$dU = \frac{1}{2} \sigma_x dydz \times \epsilon_x dx = \frac{1}{2} \sigma_x \epsilon_x dv$$

انرژی کرنشی ذخیره شده در واحد حجم:



$$\frac{dU}{dv} = \frac{\sigma_x \epsilon_x}{2} = \frac{E \epsilon_x^2}{2} = \frac{\sigma_x^2}{2E}$$

▪ انرژی کرنشی در حالت تنش چند محوری:

$$\frac{dU}{dv} = \frac{1}{2} \sigma_1 \epsilon_1 + \frac{1}{2} \sigma_2 \epsilon_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 \epsilon_3$$

با استفاده از قانون هوک:

$$\frac{dU}{dv} = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

تانسور تنش های اصلی به کمک اصل جمع آثار به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1 - \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \bar{\sigma} \end{bmatrix}$$

تانسور تنش های اصلی

تانسور تنش هیدرو استاتیک که باعث

تغییر حجم المان می شود.

تانسور تنش های انحرافی که باعث تغییر شکل برشی

المان (انحراف المان از شکل اولیه) می شود.

بنا بر این انرژی کرنشی کل برابر است با:

$$\left(\frac{dU}{dv} \right)_{total} = \left(\frac{dU}{dv} \right)_{dilatation} + \left(\frac{dU}{dv} \right)_{distortion}$$

انرژی کرنشی ناشی از تنش های هیدرو استاتیک:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \bar{\sigma} \Rightarrow \left(\frac{dU}{dv} \right)_{dilatation} = \frac{1-2\nu}{2E} (3\bar{\sigma}^2) = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2$$

انرژی واپیچش ناشی از تنش های چند محوری:

$$\left(\frac{dU}{dv} \right)_{distortion} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

انرژی واپیچش در بارگذاری تک محوری:

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \Rightarrow \left(\frac{dU}{dv} \right)_{distortion} = \frac{2\sigma_1^2}{12G}$$

▪ انرژی واپیچش بیشینه در کشش ساده:

$$\left(\frac{dU}{dv} \right)_{max \ dilatation} = \frac{2\sigma_{yp}^2}{12G}$$

▪ معیار انرژی واپیچش بیشینه یا معیار تسلیم فان میسز:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} = \left(\frac{\sigma_{yp}}{FS} \right)^2 = S^2 = \sigma_{all}^2$$

S تنش مؤثر فان میسز نام دارد

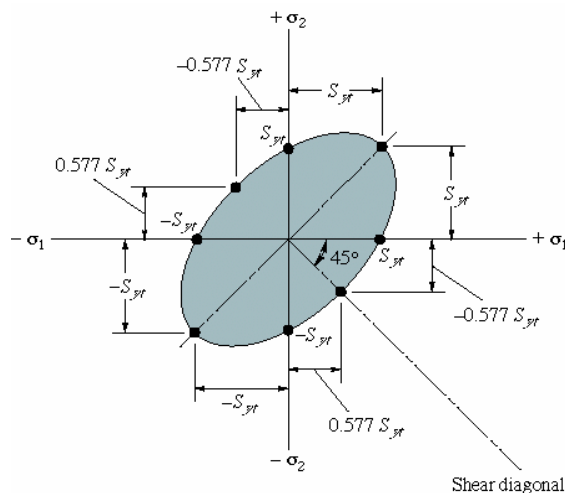
▪ معیار فان میسز در حالت تنش صفحه ای:

$$\sigma_3 = 0 \Rightarrow$$

$$\sigma_{all}^2 = S^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \left(\frac{\sigma_{yp}}{FS} \right)^2$$

معادله فوق یک بیضی است که در نقاط خارج از

بیضی گسیختگی رخ می دهد.

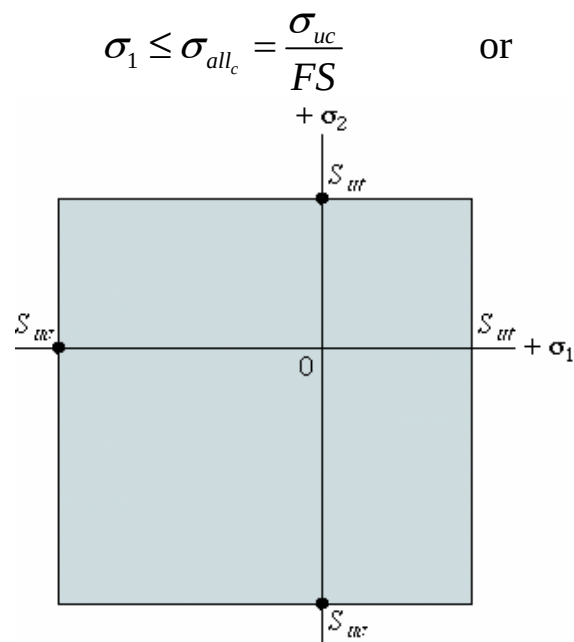


▪ تنش مجاز در بارگذاری آرام - مواد ترد :

- ❖ در کسیفتمگی مواد ترد تسلیم مشاهده نمی شود.
- ❖ استحکام مواد ترد در بارگذاری فشاری بیشتر از بارگذاری کششی است.
- ❖ تنش مجاز در مواد ترد بر اساس استحکام نهایی (Ultimate Strength) تعریف می شود.

▪ تئوری تنش نرمال بیشینه (MNST) :

قطعه تحت بارگذاری در صورتی گسیخته می شود که تنش اصلی مثبت بیشینه از استحکام کششی بیشتر شود و یا تنش اصلی منفی بیشینه از استحکام فشاری بیشتر شود. بنابراین:



$$\sigma_1 \leq \sigma_{all_c} = \frac{\sigma_{uc}}{FS} \quad \text{or} \quad \sigma_1 \leq \sigma_{all_t} = \frac{\sigma_{ut}}{FS}$$

σ_{uc} : استحکام کششی در بارگذاری تک محوری

σ_{ut} : استحکام فشاری در بارگذاری تک محوری

- ❖ تئوری تنش نرمال بیشینه برای بسیاری از مصالح ترد مانند سرامیک، سنگ، بتن، چدن و فلزات ریختگی در بارگذاری چند محوری مناسب نمی باشد.

- ❖ کاربرد این روش برای بارگذاری کششی یا فشاری ساده توصیه می شود.

▪ تئوری کولمب - مویر :

این تئوری براساس تئوری MSST و رفتار مواد ترد در کشش و فشار توسعه یافته است .

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0 \Rightarrow \sigma_1 \leq \sigma_{all} = \frac{\sigma_{ut}}{FS}$$

$$\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1 \leq 0 \Rightarrow |\sigma_3| \leq \sigma_{all} = \frac{\sigma_{uc}}{FS}$$

$$(\sigma_1 > 0) \geq \sigma_2 \geq (\sigma_3 < 0) \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_{ut}} - \frac{\sigma_3}{\sigma_{uc}} = \frac{1}{FS}$$

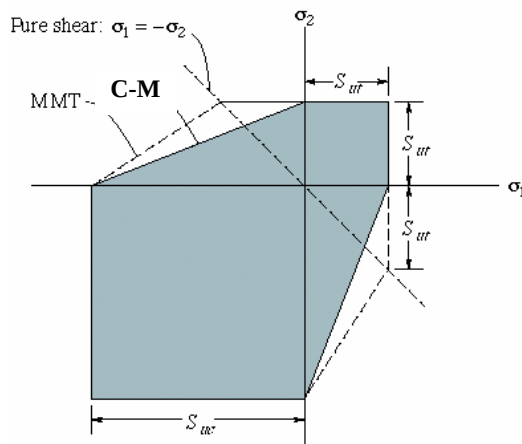
▪ تئوری اصلاح شده مور (MMT) :

این تئوری شامل اصلاحاتی برای تطابق بهتر با نتایج تجربی در بارگذاری مصالح ترد است:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq (\sigma_3 > -\sigma_{ut}) \Rightarrow \sigma_1 \leq \sigma_{all} = \frac{\sigma_{ut}}{FS}$$

$$\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq (\sigma_1 < 0) \Rightarrow |\sigma_3| < \sigma_{all} = \frac{\sigma_{uc}}{FS}$$

$$(\sigma_1 > 0) \geq \sigma_2 \geq (\sigma_3 \leq -\sigma_{ut}) \Rightarrow \sigma_1 - \frac{\sigma_{ut}\sigma_3}{\sigma_{uc} - \sigma_{ut}} = \frac{\sigma_{uc}\sigma_{ut}}{FS\sigma_{uc} - \sigma_{ut}}$$



▪ مقایسه معیارهای شکست:

❖ DET تسلیم مواد نرم را بهتر از روش MSST پیش

بینی می کند.

❖ MSST معیاری محافظه کارانه است و بدلیل

اطمینان بالاتر و محاسبات ساده در طراحی استفاده

گسترده دارد.

❖ DET در محاسبات نرم افزارهای طراحی استفاده

گسترده دارد.

❖ رفتار مواد ترد بسیار متغیر است و در موارد متعددی ناسازگاری با معیارهای شکست مشاهده می

شود

